

## Travail et diagrammes P(V)

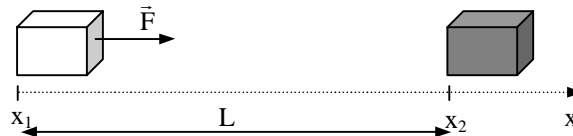
### Sommaire

1. Notion de travail
2. Travail de la force de pression
3. Systèmes étudiés et diagrammes P(V)
4. Cycles de transformation

## 1. Notion de travail.

Le *travail* est une autre forme d'énergie que la chaleur, c'est l'énergie qui intervient dès qu'il y a mouvement ou déformation globale d'un corps<sup>1</sup>. D'une manière générale on parle de *travail* lorsqu'un mouvement ordonné d'atomes (ou de particules pour être plus général) a lieu : par exemple on parle de *travail* mécanique lors du déplacement d'un piston (les atomes du piston se déplacent dans un mouvement d'ensemble) ou de *travail* électrique lorsque les électrons du fil de cuivre se déplacent dans le fil pour établir un courant électrique<sup>2</sup>.

Pour bouger un corps<sup>3</sup> sur une distance  $L \approx 1$  mètre, admettons qu'on doit développer une force constante  $F \approx 400$  N (<sup>4</sup>).

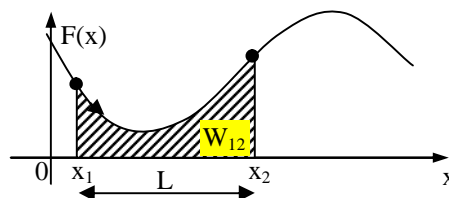


Dans ce cas il faut dépenser une énergie :

$$W_{0 \rightarrow L} = \int_0^L F \cdot dx = F \times \int_0^L dx = F \times L = 400 \times 1 \approx 400 \text{ J.}$$

On retient que  $W = F \times L$  lorsque  $F = C^{te}$  au cours du déplacement  $L$

Lorsque la force n'est pas constante le long du trajet, il "suffit" de mesurer la surface dessinée par la force au cours du déplacement de longueur  $L$  (ci-dessous effectué de  $x_1$  à  $x_2$ ) :



$$W_{x1 \rightarrow x2} = \int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx \triangleq W_{12}$$

Le travail de la force peut se déduire du calcul de l'intégrale précédente

<sup>1</sup> Plus rigoureusement : la définition du travail fait l'objet de débats incessants et n'est pas encore normalisée (voir la [réponse 02](#) du site de thermodynamique). On peut considérer que le travail  $W$  est le complémentaire énergétique de la chaleur, c'est-à-dire  $W = \Delta U - Q$ . On peut aussi considérer que le travail est un transfert d'énergie réalisé par un *mouvement d'ensemble* (on dit aussi "mouvement ordonné") de particules (ions dans un électrolyte, électrons dans un métal...) mais dans ce cas l'apport d'énergie sous forme d'énergie chimique n'est pas comptabilisée dans ce "travail". Enfin, on peut également définir le travail comme l'échange énergétique qui résulte d'une modification d'une variable d'état conservative extensive du système (telle que  $V$  ou  $N$  dans une réaction chimique).

<sup>2</sup> En toute rigueur le système ne "sait" pas s'il échange du *travail* ou tout autre type d'énergie avec l'extérieur. Tout ce qu'il sait, c'est qu'il échange de l'*énergie*. La distinction entre *travail* et *chaleur* n'est faite que dans le milieu *extérieur* (en l'occurrence le piston extérieur, par exemple, qui déplace ses atomes dans un mouvement moyen ordonné appelé *travail*, ou la *chaleur* qui est un mouvement désordonné des atomes *extérieur* au système).

<sup>3</sup> On dénommera plus tard "système" le corps étudié. Un système est un objet ou ensemble d'objets qu'on isole par la pensée de son environnement appelé extérieur. On approfondira ultérieurement cette notion essentielle.

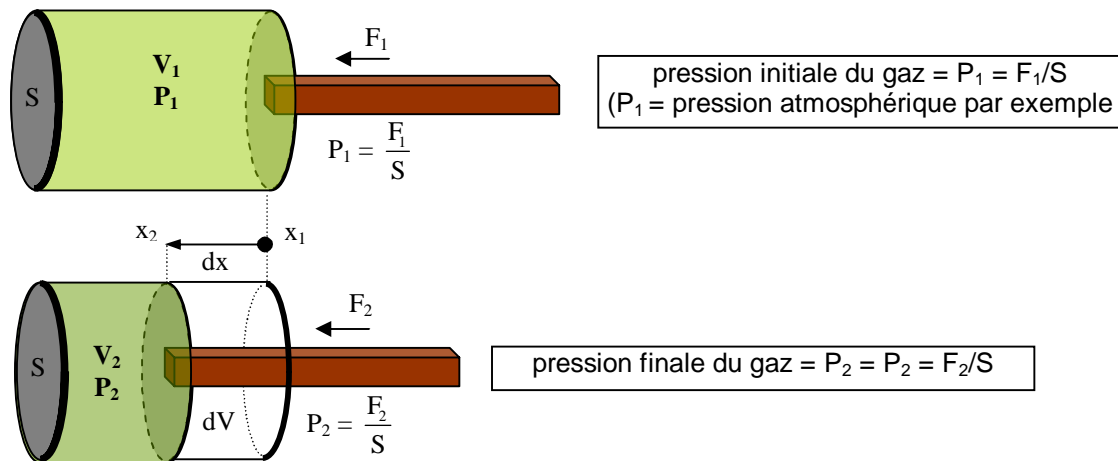
<sup>4</sup> Dans ce cas le mobile accélérera uniformément s'il est posé sur une surface glissante (c'est-à-dire sans frottement), conformément au principe fondamental de la dynamique.

La *thermodynamique* est la science qui étudie, à l'origine, les interactions (échanges) chaleur / travail sur un corps, c'est-à-dire le déplacement des corps soumis à une force (*dynamique*) et à la chaleur (*thermo*) : le piston d'un moteur thermique se déplace sous l'action d'une poussée due à un dégagement de chaleur. Inversement le refroidissement d'un réfrigérateur est consécutif au déplacement d'un piston (pompe) entraîné par un moteur électrique.

### exercice 1.

## 2. Travail de la force de pression

La pression d'un gaz est à l'origine du travail échangé par le gaz, ce qui aboutit à un déplacement d'un piston dans un cylindre (moteurs thermiques). La pression est donc à l'origine des énergies mécaniques qui sont développées dans les systèmes que l'on va étudier par la suite, il est donc essentiel de s'attarder sur cette notion. Affinons donc cette notion de travail : supposons avoir un cylindre muni d'un piston et rempli de gaz vert :



Appliquons une pression  $P_{\text{ext}}$  sur le piston<sup>5</sup>. Dans ce cas, en admettant que le déplacement est suffisamment lent pour avoir la pression  $P$  du gaz égale à tout instant à la pression  $P_{\text{ext}}$  (on est dans le cadre d'une transformation quasi - statique, notion qui sera définie plus rigoureusement dans le cours n°5), calculons le travail échangé.

Pour déplacer le piston sur la distance  $dx$  il a fallu faire travailler la force. Il a donc fallu que l'opérateur qui a enfoncé le piston fournisse le travail (travail fourni par l'opérateur au gaz) :

$$W_{12} = \int_{x1}^{x2} F \cdot dx$$

comme  $F = P_{\text{ext}} \times S$  on obtient  $W_{12} = \int_{x1}^{x2} P_{\text{ext}} \cdot S \cdot dx$

comme l'enfoncement est quasi-statique on a  $P = P_{\text{ext}}$  à chaque instant

$$W_{12} = \int_{x1}^{x2} P \cdot S \cdot dx$$

Or  $S \cdot dx = -dV$  d'où :

<sup>5</sup> Attention, si on applique une force  $F$  sur un piston, cette force s'additionne à la force de pression Initiale  $F_{\text{atm}}$  exercée par l'atmosphère terrestre sur le piston. Le piston est donc soumis à la force extérieure  $F_{\text{ext}} = F + F_{\text{atm}}$ . Il en va autrement si notre ensemble {cylindre, piston} est placé dans le vide intersidéral : le piston sera alors soumis à la seule force  $F$ , de sorte que  $F_{\text{ext}} = F$ .

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P.dV \quad \text{ne pas oublier le signe - devant l'intégrale !}$$

Cette énergie reçue, ou *travail* reçu, est analogue à l'énergie potentielle élastique d'un ressort comprimé : on peut la récupérer par une détente du ressort (ou du gaz...).

**Note 1** : pour calculer l'intégrale il faut impérativement exprimer P en fonction du volume V du gaz (= volume du cylindre)

**Note 2** : de même que pour la chaleur, un corps ne possède pas un travail : il échange du travail avec son environnement (on dit avec son "extérieur"). Ainsi le travail ne représente pas l'état d'un corps : **le travail n'est pas une fonction d'état** (contrairement à la température, au volume, à la pression...). Autrement dit, **on ne peut pas écrire  $W_1$  pour l'état 1 et  $W_2$  pour l'état 2, on ne peut écrire que  $W_{12}$  pour aller de l'état 1 à l'état 2.**

Lors de la *compression* il est probable que le gaz va s'échauffer<sup>(6)</sup>, on en parlera ultérieurement. Il faut également souligner le fait que le gaz va *recevoir* ou *rejeter* du travail, de la même manière qu'il *recevait* ou *rejetait* de la chaleur : le travail possède un signe, il est *signé* comme la chaleur. Un travail reçu par le système (gaz) est positif, un travail rejeté (ou fourni) par le système est négatif.

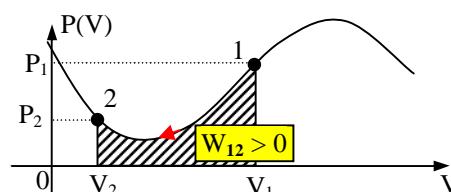
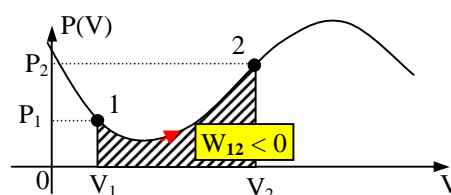
Ainsi, lors du déplacement de la position 1 à la position 2 :

$W_{12}$  est > 0 si le volume du fluide diminue : on a une machine (gaz) qui reçoit du travail de l'extérieur (le gaz agit comme un frein pour l'extérieur), la transformation est *résistante*.

$W_{12}$  est < 0 si le volume du fluide augmente : on a une machine qui fournit du travail à l'extérieur (le gaz agit comme un moteur pour l'extérieur), la transformation est *motrice*.

Comme  $W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P.dV$  on en déduit que le plan P(V) = *pression du gaz en fonction de son volume* est une représentation privilégiée lorsqu'on veut trouver graphiquement le travail échangé par le gaz<sup>7</sup> : il suffit d'évaluer la surface  $\int_{V_1}^{V_2} P.dV$  pour connaître  $W_{12}$ .

En effet, de la relation  $W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P.dV$  on en déduit que  $W_{12}$  est donné par la "surface" engendrée par trajet de la transformation effectuée dans le plan P(V), appelé *plan de Clapeyron*<sup>8</sup>, pour aller de l'état 1 ( $P_1, V_1$ ) à l'état 2 ( $P_2, V_2$ ) : **ce plan est donc privilégié pour l'étude précise des travaux échangés.**



<sup>6</sup> Echauffement dû à l'apport de travail et non plus à l'apport de chaleur (cours n°1) mais le résultat est le même...c'est sur ce résultat intéressant que va se baser la thermodynamique.

<sup>7</sup> La physique regorge d'exemples où l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées est tel que le produit abscisse × ordonnée est homogène à une énergie ou à une puissance : axe U, I pour les composants électriques, axes T, Ω pour les moteurs.

<sup>8</sup> V correspond au volume de gaz et non au volume du cylindre. Ces deux grandeurs sont identiques lorsque le gaz reste enfermé dans le cylindre mais deviennent différentes s'il y a transvasement du gaz, c'est-à-dire si le système considéré est *ouvert* (on en parlera au cours n° 3).

Lorsqu'un moteur électrique actionne le piston, on sait qu'il doit fournir l'énergie  $W_{12}$  au gaz pour le comprimer (s'il y a transvasement il devra également effectuer un travail de transvasement, voir le cours n° 3). Le piston est finalement l'organe mécanique qui effectue les échanges de travail entre l'opérateur extérieur (ou "extérieur" tout court) et le fluide enfermé dans le cylindre : c'est l'organe de transmission, qui ne garde pas pour lui l'énergie reçue de l'extérieur mais la transmet intégralement au fluide (si on suppose son déplacement sans frottements). C'est un organe de transmission, analogue au transformateur des réseaux électriques qui effectuent la transmission d'énergie électrique d'une source à une charge électrique, ou analogue au moteur électrique qui transmet l'énergie électrique reçue à une charge mécanique (avec cette fois, au passage, une transformation de la nature de l'énergie, convertie d'une énergie électrique à une énergie mécanique).

La pression et la variation de volume sont essentielles pour obtenir un travail : comme les gaz sont des systèmes dont le volume varie beaucoup en fonction des échanges de chaleur ils travailleront beaucoup (ils *échangeront* beaucoup de travail avec l'extérieur) : ce seront donc des systèmes privilégiés en thermodynamique.

### Exercices 2, 3 et 4.

Remarque : une étude graphique est souvent plus précise qu'une étude théorique pour évaluer un travail. En effet, l'étude théorique nécessite le calcul de l'intégrale d'une force qu'on ne maîtrise pas forcément. D'ailleurs, même si on maîtrise la force sur tout le trajet, rien ne nous dit que l'on sait théoriquement calculer son intégrale... En pratique ces calculs de surface sont menés par informatique grâce à des algorithmes de calcul.

## 3. Systèmes étudiés et diagrammes P(V).

Il est nécessaire, en physique, de bien définir le corps (ou l'ensemble de corps) étudié de manière à observer les différentes interactions qui y agissent (qu'est-ce qui en sort ? qu'est-ce qui y entre ?) et d'en déduire des lois générales. Ce corps est alors "isolé", par la pensée, de son environnement immédiat appelé "extérieur" ou "univers" et avec lequel il est susceptible d'agir<sup>(9)</sup> ou d'interagir. Le corps étudié est alors appelé "système". La thermodynamique étudie les interactions mécaniques (travail) et thermiques (chaleur) d'un système avec son *extérieur* :

**Système**  $\triangleq$  corps ou ensemble de corps que l'on isole, par la pensée, de son environnement (appelé "extérieur" ou "univers").

On parle de système "ouvert" lorsque le système échange de la matière avec le système extérieur, c'est - à - dire, dans la grande majorité des cas, lorsque sa masse varie<sup>(10)</sup> : c'est le cas fréquent de l'air contenu dans un cylindre de moteur à combustion interne qui est admis dans le cylindre puis évacué grâce à des soupapes d'admission et d'échappement. Dans ce dernier cas, le diagramme P(V) que l'on trace souvent représente la pression P du gaz en fonction du volume V du cylindre (et non plus du gaz) : il ne s'agit plus du diagramme de *Clapeyron* du paragraphe précédent mais d'un diagramme de *Watt* alors même que les axes restent la pression et le volume ! On en parlera ultérieurement avec les *transvasements* :

- $P(V_{\text{gaz}}) \triangleq$  diagramme de *Clapeyron* (adapté à l'étude des systèmes fermés)
- $P(V_{\text{cylindre}}) \triangleq$  diagramme de *Watt* (adapté à l'étude des systèmes ouverts).

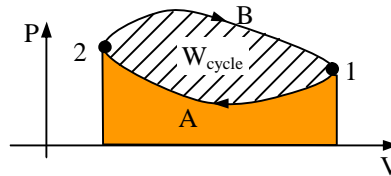
Le travail  $W_{12}$  considéré jusqu'à présent et calculé dans le plan de Clapeyron (aire située sous le trajet 1-2 du paragraphe 2 précédent) est une énergie nécessaire pour effectuer la *transformation* 1-2 (compression par exemple) : c'est une énergie de transformation. La machine (pompe) qui effectue ce travail peut être amenée à admettre puis évacuer le fluide hors du cylindre : dans ce cas elle effectue, outre  $W_{12}$ , un travail  $W_{\text{trans}}$  de *transvasement* différent de  $W_{12}$  qui ne modifie pas l'état du fluide : ce n'est pas une énergie de transformation. L'énergie totale mise en jeu par la machine sera alors  $W_{\text{machine}} = W_{\text{trans}} + W_{12}$ . Cela sera précisé ultérieurement avec la notion d'*enthalpie* (voir cours n° 3).

## 4. Cycle de transformations.

<sup>9</sup> Des erreurs viennent fréquemment du fait que notre système est mal délimité : on pense connaître toutes les variables qui inter-agissent avec lui et on en oublie parfois...

<sup>10</sup> On ne parlera pas des réactions nucléaires !

Afin d'obtenir des dispositifs qui fonctionnent en permanence, on est amené à utiliser des transformations répétitives, périodiques. Afin que les machines qui réalisent ces transformations soient optimales, il faut que l'état final du fluide (gaz ou liquide) finisse soit identique à l'état initial (état caractérisé par les données de pression P, volume V et température T). La série de transformations est alors dite "cyclique" : **il faut au moins 2 transformations pour effectuer un cycle**, c'est-à-dire une série de transformations dont l'état final est identique à l'état initial du gaz :



Pour effectuer l'ensemble des transformations du fluide, la machine qui le contient {cylindre, piston} effectue le travail total  $W_{\text{cycle}} = W_{1A2} + W_{2B1}$  (voir schéma ci-dessous). Or  $W_{1A2}$  et  $W_{2B1}$  sont de signe contraire puisqu'ils sont parcourus dans un sens différent (ici  $W_{1A2} > 0$  et  $W_{2B1} < 0$ ) :  $W_{\text{cycle}}$  est donc représenté, au signe près, par la surface hachurée. Remarquer que, si la transformation "retour" est identique à la transformation "aller" (transformation dite "réversible"), le bilan énergétique est nul (pas de travail perdu ou gagné sur un cycle).

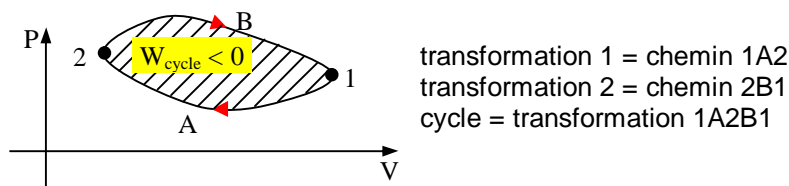
$$W_{\text{cycle}} = W_{1A2} + W_{2B1} = \text{surface orange} - (\text{surface orange} + \text{surface hachurée}) = - \text{surface hachurée} < 0$$

$W_{\text{cycle}} < 0$  pour un parcours dans le sens horaire (le gaz entraîne l'extérieur en lui envoyant de l'énergie). On dit que le cycle est moteur (cas des moteurs à combustion : essence, diesel...)

$W_{\text{cycle}} > 0$  pour un parcours dans le sens trigo (le gaz freîne l'extérieur : il absorbe l'énergie de l'extérieur). On dit que le cycle est résistant (cas des réfrigérateurs, des pompes à chaleur...)

Résumons ce qui a été dit :

**Dans le plan P(V), un cycle est moteur s'il est décrit dans le sens horaire. Il est résistant (frein) dans le cas contraire.**



Un cycle est dit *moteur* lorsque  $W_{\text{cycle}} < 0$  (sens horaire de parcours) car il fournit cette énergie à l'extérieur. Dans le cas contraire le cycle est dit *résistant* (sens trigonométrique de parcours). Il faut bien remarquer ici que la transformation  $W_{1A2}$  est résistante, mais cela n'empêche pas que le cycle est globalement moteur.

L'évaluation d'un travail est facilitée grâce au diagramme P(V), puisqu'il suffit de mesurer une surface : ce diagramme est donc bien adapté à l'étude des moteurs thermiques. La détermination d'une quantité de chaleur n'est pas aussi immédiate : on pourra utiliser le diagramme entropique S(T) qui permet d'évaluer approximativement Q de la même façon que l'on évalue W sur un diagramme P(V) (mesure d'une surface), cela dépasse néanmoins l'objectif de ce cours qui doit rester une *introduction* à la thermodynamique. Le 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique (cours n° 3) nous permettra néanmoins de calculer Q dans des cas simples (gaz parfaits en particulier).

**Exercices 5 et 6**

On remarquera finalement qu'étant compressible, un gaz est parfaitement adapté à l'échange<sup>11</sup> de travail car il autorise une variation de volume élevée sous une pression relativement faible, ce qui soulage les ensembles pistons-cylindres qui doivent tenir mécaniquement les pressions mises en jeu.

---

<sup>11</sup> La transmission de travail d'un organe mécanique à un autre organe mécanique peut s'effectuer avec des liquides (vérins hydrauliques par exemple) mais dans ce dernier cas on n'effectue pas de *transformations* du liquide : le travail considéré est un travail de *transvasement* et non de *transformation*.

## Exercices sur le travail et les diagrammes P(V)

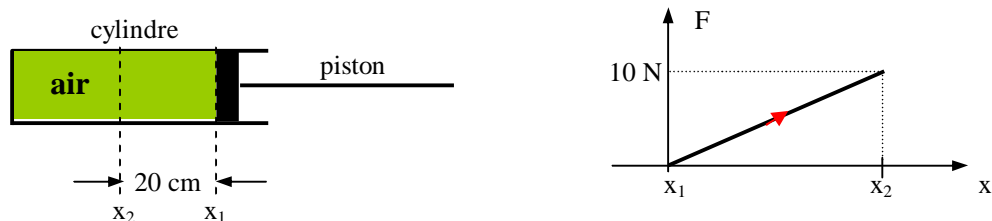
Notez bien que ces exercices sont une partie intégrale du cours et doivent être résolus au fur et à mesure de leur apparition dans le cours. Leur corrigé est téléchargeable sur le site :

<http://christophehaouy.wix.com/thermodynamique#!corrigs/c1yev>

Ils permettent de bien assimiler les concepts abordés dans chaque paragraphe et de se donner quelques ordres de grandeur. Les données numériques sont issues de différents ouvrages (en particulier le Cours de Physique statistique de Berkeley qui indique les incertitudes des valeurs numériques).

### Exercice 1. Evaluation d'une quantité de travail en fonction de F(x)

On comprime de l'air dans une chambre à air de vélo à l'aide d'une pompe. L'ensemble pompe + chambre à air est modélisé par l'ensemble cylindre + piston ci-dessous :



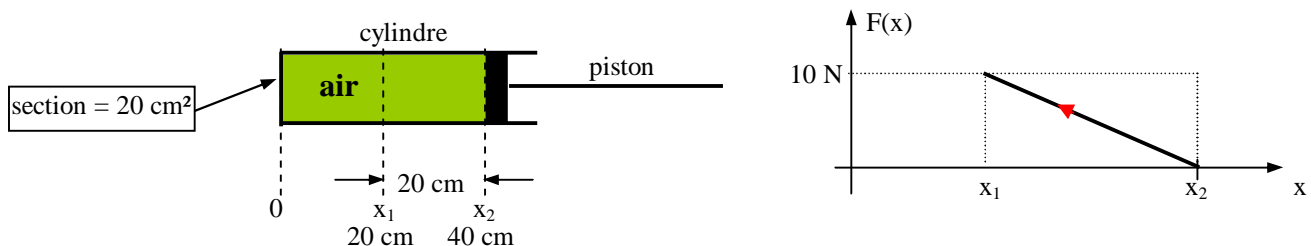
La force exercée par notre main sur le piston varie de la façon décrite ci-dessus en fonction de  $x$ .

Quel est le travail développé par notre main lors d'un déplacement de  $x_1$  à  $x_2$  ?

Rép : 1 joule.

### Exercice 2. Evaluation d'une quantité de travail en fonction de P(V)

On reprend le dispositif de l'exercice 1 précédent en changeant tout simplement l'origine des  $x$  :



La force exercée par notre main sur le piston varie de la façon décrite ci-dessus en fonction de  $x$ .

1. Donnez l'évolution de la pression  $P$  de l'air en fonction du déplacement  $x$  du piston.
2. Donnez l'évolution de la pression  $P$  de l'air en fonction du volume  $V$  d'air dans le cylindre.
3. Déduisez de la question précédente le travail reçu par l'air.

Rép : 1 joule.

### Exercice 3 : Etude d'une compression.

Une masse d'air de 1 kg subit la transformation suivante :

$$\begin{aligned} \text{état initial : } & \begin{cases} P_1 \approx 10^5 \text{ Pa (pression atmosphérique).} \\ V_1 \approx 0,9 \text{ m}^3 \end{cases} \\ \text{état final : } & \begin{cases} P_2 \approx 4,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V_2 = ? \end{cases} \end{aligned}$$



La transformation 1-2 est telle que le produit  $P.V = C^{te}$ .

1. Tracez avec précision, sur une feuille quadrillée, la courbe représentative de la transformation dans le plan P(V).
2. Calculez le travail échangé lors de cette transformation, d'une part graphiquement et d'autre part algébriquement (on rappelle qu'une primitive de  $1/x$  est  $\ln x$ ).
3. Est-il nécessaire d'apporter de l'énergie motrice pour réaliser cette transformation ?

Rép : 2 :  $\approx 135$  kJ ; 3 : oui.

#### Exercice 4 : calcul du travail échangé lors de trois transformations différentes.

On effectue, de 3 façons différentes, une compression qui amène du diazote N<sub>2</sub> ( $\approx$  air) de l'état 1 ( $P_1 = P_0 \approx 1$  bar,  $V_1 = 3.V_0$ ) à l'état 2 ( $P_2 = 3.P_0$ ,  $V_2 = V_0 \approx 1$  litre).

La première transformation est isochore (volume constant) puis isobare (pression constante), la seconde est isobare puis isochore, la troisième est telle que  $P.V = C^{te}$ .

1. Représentez dans le plan P(V) les 3 transformations.
2. Quelles sont les travaux reçus dans les 3 cas ?
3. Quelle transformation choisira-t-on si l'on veut dépenser le moins d'énergie motrice ?

Rép : 2 :  $\approx 600$  J, 200 J, 329 J ; 3 : la seconde.

#### Exercice 5 :

On reprend les 2 premières transformations de l'exercice précédent de manière à réaliser un cycle : on effectue donc une compression qui amène du diazote N<sub>2</sub> ( $\approx$  air) de l'état 1 ( $P_1 = P_0 \approx 1$  bar,  $V_1 = 3.V_0$ ) à l'état 2 ( $P_2 = 3.P_0$ ,  $V_2 = V_0 \approx 1$  litre). Puis on force le gaz à revenir à son état initial grâce à une détente isochore puis isobare.

1. Quel est le travail échangé par le gaz avec l'extérieur ?
2. Est-ce qu'un tel cycle nécessite l'apport d'un travail de l'extérieur pour pouvoir être exécuté ?

Rép : 1 : 400 J ; 2 : oui.

#### Exercice 6 : Etude d'un compresseur.

Le système étudié est constitué d'un cylindre muni d'un piston, d'une soupape d'admission des gaz  $S_A$  et d'une soupape d'échappement  $S_E$  liée à un ressort fixe qui maintient une pression  $P_2$  constante sur  $S_E$ .

On effectue alors les opérations suivantes :

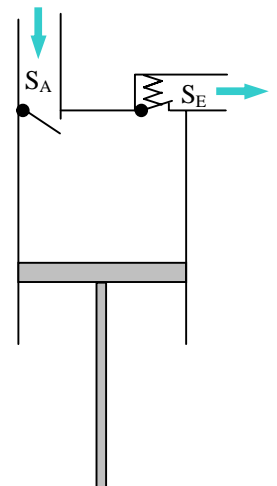
a) **Transformation 0→1** : le piston est au fond du cylindre et redescend en aspirant du gaz sous la pression atmosphérique  $P_1 = 1000$  hPa et la température ambiante  $T_1 \approx 300$  K. Sous l'effet de la viscosité du gaz  $S_A$  s'ouvre automatiquement ( $S_E$  fermée grâce au piston). Le volume occupé par le gaz vaut alors  $V_1 \approx 0,25$  L (volume du cylindre).

b) **Transformation 1→2** : le piston remonte suffisamment rapidement pour que la compression soit considérée comme adiabatique.  $S_A$  se ferme automatiquement,  $S_E$  est toujours fermée car  $P < P_2$ . Le gaz atteint finalement la pression  $P_2 = 10 \times P_1$  à la température  $T_2$  et occupe le volume  $V_2$ .

Pour une transformation adiabatique, on nous apprend que  $P.V^\gamma = C^{te}$  et que  $T^\gamma.P^{1-\gamma} = C^{te}$  avec  $\gamma \approx 1,40$ .

c) **Transformation 2→3** :  $S_A$  étant toujours fermée, le piston poursuit sa course : la pression tend à être supérieure à  $P_2$  et donc la soupape  $S_E$  s'ouvre, ce qui refoule le gaz à pression constante  $P_3 = P_2$ .

d) **Transformation 3→0** : le piston entame sa descente :  $S_E$  se ferme automatiquement et  $S_A$  s'ouvre, on est alors ramené à la transformation vue en a).



1. Donnez le diagramme P(V) des 4 transformations réalisées.
2. Sachant que la transformation b) est une transformation adiabatique, calculez  $T_2$  et  $V_2$ .
3. Calculez le travail développé par le système gaz + piston lors d'un aller - retour du piston : est-il nécessaire de fournir de l'énergie motrice pour réaliser ce cycle ?

**Rép : 2 :** 579 K , 48,3 mL ; **3 :** 81,5 J